

# STRATEGI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT HIV PADA INDUSTRI SEKS KOMERSIAL

Firman Riyudha<sup>1)</sup>, Endrik Mifta Shaiful<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga  
Surabaya

<sup>1)</sup>firman.riyudha-2014@fst.unair.ac.id

<sup>2)</sup>endrik.mifta.aiful-2014@fst.unair.ac.id

**Abstract**— HIV/AIDS merupakan penyakit yang disebabkan oleh *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) yang menyerang sistem kekebalan tubuh manusia. Virus ini telah menginfeksi manusia dari berbagai aspek baik lingkungan maupun sosial. Salah satu lingkungan yang rentan terhadap infeksi HIV adalah lingkungan di industri seks komersial. Berdasarkan tingkat prevalensinya, pekerja seks komersial menjadi salah satu penyumbang penderita HIV tertinggi di dunia. Pada penelitian ini model dikembangkan dengan mempertimbangkan populasi yang terlibat pada industri tersebut, yakni pekerja seks komersial sendiri dan konsumennya. Populasi diklasifikasikan menjadi dua kelas yaitu populasi PSK dan pelanggan. Masing-masing populasi tersebut dibagi menjadi tiga subkelas yaitu, populasi rentan, terinfeksi namun belum terdiagnosis, dan terdiagnosis positif HIV. Tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan kontrol optimal berupa HIV penggunaan alat kontrasepsi/kondom ( $u_1$ ) untuk populasi rentan, dan *screening* ( $u_2$ ) untuk penderita HIV namun belum terdiagnosis. Analisis kontrol optimal model dilakukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Simulasi numerik dilakukan untuk mengetahui efektivitas dan efisiensi dari pemberian kontrol untuk mereduksi populasi penderita HIV pada lingkungan industri seks komersial. Hasil menunjukkan bahwa pemberian kontrol  $u_1$  dan  $u_2$  secara bersamaan dinilai lebih efektif untuk meminimalkan jumlah penderita HIV dengan biaya yang lebih minimal.

**Keywords**— HIV, Industri Seks Komersial, Prinsip Maksimum Pontryagin, simulasi

## I. PENDAHULUAN

HIV merupakan penyakit menular yang telah mengancam banyak negara di seluruh dunia. Pada tahun 2015, WHO melaporkan bahwa penyakit yang disebabkan oleh virus HIV ini telah menyerang hampir 36.7 juta orang di semua usia (WHO, 2016). Salah satu penyumbang terbesar dari beban HIV ini adalah adanya industri seks komersial. Prevalensi beban HIV di industri seks komersial diestimasikan mencapai 12 kali lebih besar dari populasi pada umumnya (UNAIDS, 2014).

Upaya untuk memberantas HIV telah menjadi target dunia. Keterlibatan semua pihak dalam

pengendalian HIV sangatlah penting. Peranan peneliti juga dibutuhkan dalam pengendalian penyakit ini baik dari segi usaha preventif maupun kuratif, salah satunya penelitian di bidang matematika, lebih khususnya pada bidang pemodelan.

Kaur, dkk (2015) membahas tentang analisis kestabilan lokal pada model penyebaran HIV yang melibatkan populasi pekerja seks komersial (PSK) dan populasi heteroseksual secara umum sedangkan Yang dkk., (2017) menganalisis kestabilan global model penyebaran penyakit HIV pada populasi PSK dengan *client* atau pelanggan. Pada model tersebut populasi PSK dan pelanggan masing-masing dibagi menjadi tiga kompartemen, yaitu populasi rentan, terinfeksi HIV, dan terinfeksi yang telah terdiagnosis. Penelitian matematika tentang kontrol optimal pada masalah penyebaran HIV telah dilakukan oleh Okosun dkk (2013) dengan menerapkan kontrol berupa penggunaan kondom, pengobatan dan *screening*. Kontrol tersebut diterapkan pada model matematika penyebaran HIV pada populasi heteroseksual.

Penelitian ini akan menerapkan kontrol berupa penggunaan kondom dan *screening* pada model yang dikonstruksikan oleh Yang, dkk (2017). Penggunaan kondom yang merupakan bentuk usaha preventif akan diberikan pada populasi rentan terhadap HIV, baik pada populasi PSK maupun pelanggan. *Screening* sendiri akan diberikan pada populasi yang terinfeksi namun belum terdiagnosis positif HIV. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan kontrol yang paling optimal diantara keduanya yang dapat menurunkan populasi yang terinfeksi HIV dengan biaya minimal. Analisis dilakukan dengan menerapkan Prinsip Maksimum Pontryagin. Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung hasil analitik.

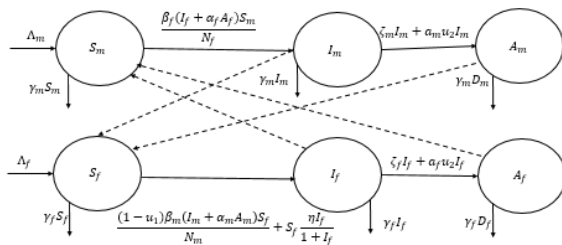
## II. FORMULASI MODEL DENGAN KONTROL

Model yang digunakan pada penelitian ini merujuk pada Yang, dkk (2017), model berbentuk Sistem Persamaan differensial Biasa (SPDB) non linier. Secara umum populasi diklasifikasikan

menjadi dua kelas yakni populasi PSK dan Pelanggan. Populasi PSK dibagi menjadi tiga subkelas yakni populasi PSK sehat tetapi rentan terhadap penyakit HIV ( $S_f$ ), populasi PSK yang terinfeksi HIV namun belum didiagnosis positif HIV TB ( $I_f$ ), dan populasi PSK yang terinfeksi dan terdiagnosis HIV ( $A_f$ ). Selanjutnya populasi pelanggan juga dibagi menjadi tiga subkelas yakni populasi pelanggan yang sehat tetapi rentan terhadap penyakit HIV ( $S_m$ ), populasi pelanggan yang terinfeksi dan belum terdiagnosis ( $I_m$ ), dan populasi pelanggan yang terinfeksi dan terdiagnosis positif HIV ( $A_m$ ).

Model dimodifikasi dengan menambahkan aspek preventif HIV berupa penggunaan kondom bagi populasi PSK dan pelanggan yang sehat ( $u_1$ ) dan upaya *screening* untuk populasi PSK dan pelanggan yang terinfeksi HIV namun belum terdiagnosis ( $u_2$ ) sebagai variabel kontrol, dalam rangka mengendalikan penyebaran penyakit HIV dalam populasi industri seks komersial.

Model diasumsikan dengan tidak mempertimbangkan aspek spasial dan penderita AIDS. *Client* atau pelanggan adalah laki-laki sedangkan pekerja seks komersial adalah perempuan (Yang dkk, 2017). Berdasarkan penjelasan diatas berikut disajikan diagram transmisi penyebaran penyakit HIV di industri seks komersial pada gambar 1.



Gambar 2.1 Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV pada Industri Seks Komersial

Keterangan:

—► menambah populasi tujuan dan mengurangi populasi asal

- - - - -► menandakan interaksi tanpa menambah atau mengurangi populasi asal maupun tujuan

Pada diagram transmisi diatas menjelaskan bahwa pemberian kontrol  $u_1$  diharapkan dapat meminimalkan penyebaran sedangkan  $u_2$  diterapkan pada individu yang terinfeksi namun belum terdiagnosis diharapkan dengan adanya *screening* dapat diketahui kejelasan dari pendiagnosaan terhadap populasi yang terinfeksi HIV, sehingga jika individu sudah jelas terdiagnosis positif HIV maka usaha kuratif tentunya dapat dilakukan.

Berdasarkan asumsi dan diagram transmisi di atas, model dengan adanya variable kontrol yang dikonstruksi adalah sebagai berikut

$$\frac{dS_m}{dt} = \Lambda_m - \frac{(1-u_1)\beta_f(I_f + \alpha_f A_f)S_m}{N_f} - \gamma_m S_m$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \frac{(1-u_1)\beta_f(I_f + \alpha_f A_f)S_m}{N_f} - (\zeta_m + \gamma_m - \alpha_m u_2)I_m$$

$$\frac{dA_m}{dt} = (\zeta_m + \alpha_m u_2)I_m - \gamma_m A_m \quad (2.1)$$

$$\frac{dS_f}{dt} = \Lambda_f - \frac{(1-u_1)\beta_m(I_m + \alpha_m A_m)S_f}{N_m} - \frac{\eta I_f}{1+I_f} S_f - \gamma_f S_f$$

$$\frac{dI_f}{dt} = \frac{(1-u_1)\beta_m(I_m + \alpha_m A_m)S_f}{N_m} + \frac{\eta I_f}{1+I_f} S_f - (\zeta_f + \gamma_f - \alpha_f u_2)I_f$$

$$\frac{dA_f}{dt} = (\zeta_f + \alpha_f u_2)I_f - \gamma_f A_f$$

Dengan,

$$N_f = S_f + I_f + A_f \quad (2.2)$$

$$N_m = S_m + I_m + A_m \quad (2.3)$$

Berikut parameter yang digunakan pada model disajikan pada tabel 2.1.

TABEL 2.1 PENDEFINISIAN PARAMETER MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT HIV PADA POPULASI INDUSTRI SEKS KOMERSIAL DENGAN VARIABEL KONTROL

Notasi	Deskripsi
$\Lambda_m$	Laju <i>recruitment</i> (usia lebih dari 17 tahun) untuk populasi PSK
$\Lambda_f$	Laju <i>recruitment</i> (usia lebih dari 25 tahun) untuk populasi pelanggan
$\beta_m$	Laju interaksi antara populasi pelanggan yang terinfeksi HIV terhadap PSK yang sehat
$\beta_f$	Laju interaksi antara populasi PSK yang terinfeksi HIV terhadap pelanggan yang sehat
$\alpha_m$	Laju interaksi antara populasi pelanggan yang terinfeksi dan terdiagnosa HIV terhadap PSK yang sehat
$\alpha_f$	Laju interaksi antara populasi PSK yang terinfeksi dan terdiagnosa HIV terhadap pelanggan yang sehat
$\zeta_m$	Laju transisi dari populasi terinfeksi menjadi terdiagnosis untuk pelanggan
$\zeta_f$	Laju transisi dari populasi terinfeksi menjadi terdiagnosis untuk PSK

	terdiagnosis untuk PSK
$\eta$	Laju infeksi maksimum populasi PSK yang terinfeksi terhadap pelangganyang sehat karena adanya faktor lain
$\gamma_m$	Laju kematian alami untuk populasi pelanggan
$\gamma_f$	Laju kematian alami untuk populasi PSK
$u_1$	Probabilitas sukses untuk upaya preventif, penggunaan kondom
$u_2$	Probabilitas sukses untuk upaya screening

$$0 \leq \Lambda_m, \Lambda_f, \beta_m, \beta_f, \alpha_m, \alpha_f, \zeta_m, \zeta_f, \eta, \gamma_m, \gamma_f, u_1, u_2 \leq 1.$$

$$S_m, I_m, A_m, S_f, I_f, A_f \geq 0$$

### III. ANALISIS MODEL DENGAN KONTROL

Penelitian ini bertujuan untuk meminimumkan populasi PSK yang terinfeksi HIV dan sekaligus meminimumkan biaya dari usaha yang akan diterapkan. Adapun biaya atau fungsi ongkos dapat dituliskan sebagai berikut

$$J(u_1, u_2) = \min \int_0^{t_f} \left( I_m + I_f + \frac{c_1}{2} u_1^2 + \frac{c_2}{2} u_2^2 \right) dt$$

Dengan  $c_1, c_2 > 0$  dan  $0 < t < t_f$ .

Selanjutnya analisis kontrol optimal dilakukan dengan menerapkan Prinsip Maksimum Pontryagin. Langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk fungsi Hamiltonian yang didefinisikan sebagai berikut:

$$H = I_m + I_f + \frac{c_1}{2} u_1^2 + \frac{c_2}{2} u_2^2 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i f_i \quad (3.1)$$

dengan

$$f_1 = \frac{dS_m}{dt} = \Lambda_m - \frac{(1 - u_1)\beta_f(I_f + \alpha_f D_f)S_m}{N_f}$$

$$f_2 = \frac{dI_m}{dt} = \frac{(1 - u_1)\beta_f(I_f + \alpha_f D_f)S_m}{N_f} - (\zeta_m + \gamma_m - a_m u_2)I_m$$

$$f_3 = \frac{dA_m}{dt} = (\zeta_m + a_m u_2)I_m - \gamma_m A_m$$

$$f_4 = \frac{dS_f}{dt} = \Lambda_f - \frac{(1 - u_1)\beta_m(I_m + \alpha_m D_m)S_f}{N_m}$$

$$f_5 = \frac{dI_f}{dt} = \frac{(1 - u_1)\beta_m(I_m + \alpha_m D_m)S_f}{N_m} - \frac{\eta I_f}{1 + I_f} S_f - \gamma_f S_f - (\zeta_f + \gamma_f - a_f u_2)I_f$$

$$f_6 = \frac{dA_f}{dt} = (\zeta_f + a_f u_2)I_f - \gamma_f A_f$$

dengan  $\lambda_i$  menyatakan untuk  $i = 1, 2, \dots, 6$  merupakan variabel *costate*. Selanjutnya untuk mendapatkan kondisi optimal dari fungsi Hamiltonian, maka fungsi tersebut harus memenuhi kondisi stasioner.

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial u_1} \\ \frac{\partial H}{\partial u_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Dari (3.2) diperoleh kontrol optimal  $u_1$  dan  $u_2$  sebagai berikut

$$u_1 = (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{\beta_f(\alpha_f A_f + I_f)S_m}{c_1 N_f} + (\lambda_4 + \lambda_5) \frac{\lambda_4 \beta_m(\alpha_m A_m + I_m)S_f}{c_2 N_m}$$

$$u_2 = - \frac{(\lambda_5 + \lambda_6)I_f \alpha_f}{c_2} - \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)I_m b_m}{c_2}$$

Karena batas nilai  $u_1$  dan  $u_2$  adalah  $0 \leq u_1, u_2 \leq 1$ , maka diperoleh solusi untuk  $u_1$  dan  $u_2$  berturut sebagai berikut

$$u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{\beta_f(\alpha_f A_f + I_f)S_m}{c_1 N_f} + (\lambda_4 + \lambda_5) \lambda_4 \beta_m \alpha_m A_m + I_m S_f c_2 N_m \right\} \right\}$$

$$u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, - \frac{(\lambda_5 + \lambda_6)I_f \alpha_f}{c_2} - \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)I_m b_m}{c_2} \right\} \right\}$$

Pada bentuk pengontrol  $u^*$  masih mengandung *variable state* dan variabel *co-state* ( $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$ ), sehingga perlu diselesaikan persamaan *state* dan *co-state*. Dari persamaan *state* dan *co-state* akan diperoleh nilai dari variabel *state* dan *co-state*, yang selanjutnya disubstitusikan pada pengontrol  $u^*$ . Kemudian persamaan  $u^*$  disubstitusikan ke dalam persamaan *state* untuk memperoleh bentuk solusi yang optimal. Adapun variabel *costate* merupakan solusi dari persamaan berikut:

$$\dot{\lambda}^* = - \frac{\partial H}{\partial x}$$

$x$  menyatakan variabel *state* yang dinyatakan seperti pada sistem 2.1.

$$\dot{\lambda}_1 = (\lambda_2 - \lambda_1) \left( \frac{(1 - u_1)\beta_f(A_f \alpha_f + I_f)S_m}{N_f} \right) + \lambda_1 \gamma_m$$

$$+ (\lambda_5 - \lambda_4) \left( \frac{(1 - u_1)\beta_m(A_m \alpha_m + I_m)S_f}{N_m^2} \right)$$

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_2 &= -1 + (\lambda_2 + \lambda_3)(-a_m u_2 + \zeta_m) + \lambda_2 \gamma_m \\ &\quad + (\lambda_4 - \lambda_5) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_m S_f}{N_m} - \frac{(1 - u_1) \beta_m (A_m \alpha_m + I_m) S_f}{N_m^2} \right) \\ \dot{\lambda}_3 &= \lambda_3 \gamma_m + (\lambda_4 - \lambda_5) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_m \alpha_m S_f}{N_m} - \frac{(1 - u_1) \beta_m (A_m \alpha_m + I_m) S_f}{N_m^2} \right) \\ \dot{\lambda}_4 &= (\lambda_2 - \lambda_1) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_f (A_f \alpha_f + I_f) S_m}{N_f^2} \right) + (\lambda_4 - \lambda_5) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_m (A_m \alpha_m + I_m)}{N_m} + \frac{\eta I_f}{1 + I_f} \right) \\ &\quad + \lambda_4 \gamma_f \\ \dot{\lambda}_5 &= -1 + (\lambda_1 - \lambda_2) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_f \alpha_f S_m}{N_f} - \frac{(1 - u_1) \beta_f (A_f \alpha_f + I_f) S_m}{N_f^2} \right) \\ &\quad + (\lambda_4 - \lambda_5) \left( \frac{\eta I_f}{1 + I_f} - \frac{\eta I_f S_f}{(1 + I_f)^2} \right) \\ &\quad - \lambda_5 (a_f u_2 - \zeta_f - \gamma_f) \\ &\quad - \lambda_6 (a_f u_2 + \zeta_f) \\ \dot{\lambda}_6 &= (\lambda_1 - \lambda_2) \left( \frac{(1 - u_1) \beta_f \alpha_f S_m}{N_f} - \frac{(1 - u_1) \beta_f (A_f \alpha_f + I_f) S_m}{N_f^2} \right) \\ &\quad + \lambda_6 \gamma_f\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, untuk mendapatkan  $S_m, I_m, A_m, S_f, I_f$  dan  $A_m$  dari bentuk  $u^*$  yang optimal maka perlu penyelesaian persamaan *state* dan *co-state* yang berbentuk non linier. Kita tahu bahwa sistem persamaan non linier sulit untuk diselesaikan secara analitik, oleh karena itu akan diselesaikan secara numerik yaitu dengan cara mensimulasikan permasalahan kontrol optimal menggunakan program DOTcvp pada MATLAB.

#### IV SIMULASI NUMERIK

Simulasi numerik pada penelitian ini dapat digunakan untuk mengetahui sejauh mana efektivitas dari usaha penggunaan kondom dan *screening* sebagai bentuk kontrol untuk mengurangi penyebaran HIV, lebih khususnya di lingkungan industri seks komersial. Simulasi ini dilakukan untuk mengamati jumlah populasi yang terinfeksi HIV baik untuk kelas PSK maupun pelanggan. Nilai awal yang digunakan untuk simulasi ini yaitu  $S_m = 20, I_m = 10, A_m = 5, S_f = 25, I_f = 10, A_f = 7$  (satuan dalam ribuan).

Adapun nilai parameter yang digunakan disajikan pada tabel 4.1 dibawah ini.

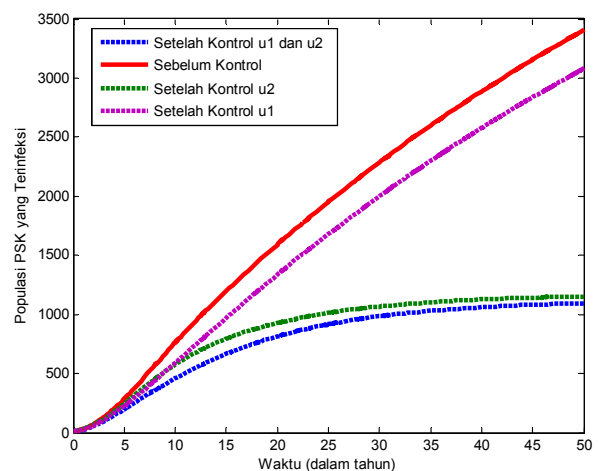
TABEL 4.1 NILAI PARAMETER

Notasi	Nilai	Sumber
$\Lambda_m$	80	Asumsi
$\Lambda_f$	100	Asumsi
$\beta_m$	0.6	Asumsi
$\beta_f$	0.3	Asumsi
$\alpha_m$	0.2	Yang, dkk (2017)
$\alpha_f$	0.2	Yang, dkk (2017)
$\zeta_m$	0.009	Asumsi
$\zeta_f$	0.008	Asumsi
$\eta$	0.25	Asumsi
$\gamma_m$	0.005	Yang, dkk (2017)
$\gamma_f$	0.006	Yang, dkk (2017)

Pada simulasi ini dilakukan tiga pengujian atau tiga skenario.

- Aktivasi  $u_1, u_2 = 0$
- Aktivasi  $u_2, u_1 = 0$
- Aktivasi  $u_1$  dan  $u_2$  secara bersamaan.

Berikut hasil dari simulasi numerik model matematika penyebaran penyakit HIV di industri seks komersial dengan variabel kontrol



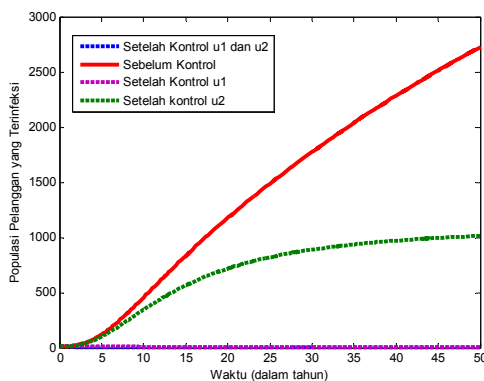
Gambar 4.1 Simulasi Perbandingan Populasi PSK yang Terinfeksi Selama 50 Tahun

**TABEL 4.2** PERBANDINGAN POPULASI PSK YANG TERINFEKSI PADA AKHIR PENGAMATAN

Kondisi	Jumlah
Tanpa Kontrol	3407
Dengan Pengontrol $u_1$	3081
Dengan Pengontrol $u_2$	1152
Dengan Pengontrol $u_1$ dan $u_2$	1095

Berdasarkan gambar 4.1 dan tabel 4.2, terlihat bahwa terjadi perbedaan jumlah antara populasi PSK yang terinfeksi namun belum terdiagnosis pada model tanpa diberi kontrol dan dengan adanya kontrol. Hal tersebut ditunjukkan adanya penurunan jumlah populasi setelah pemberian kontrol dibandingkan dengan sebelum pemberian kontrol.

Pemberian kontrol berupa penggunaan kondom tanpa *screening* hanya dapat mengeliminasi populasi PSK yang terinfeksi sebesar 9.56%. Usaha *screening* sendiri dapat mereduksi populasi yang terinfeksi hingga 66.19% sedangkan usaha penggunaan kondom dan *screening* secara bersamaan dapat mengurangi populasi yang terinfeksi hingga 67.86 %.



**Gambar 4.3** Simulasi Perbandingan populasi PSK yang Terinfeksi HIV Selama 50 Tahun

**TABEL 4.3** PERBANDINGAN POPULASI PSK YANG TERINFEKSI PADA AKHIR PENGAMATAN

Kondisi	Jumlah
Tanpa Kontrol	2726
Dengan Pengontrol $u_1$	5
Dengan Pengontrol $u_2$	1015
Dengan Pengontrol $u_1$ dan $u_2$	5

Gambar 4.3 dan gambar 4.2 menunjukkan bahwa pemberian kontrol  $u_1$  saja dan  $u_1$  dan  $u_2$

secara bersamaan memberikan hasil yang sangat signifikan. Hal ini terbukti bahwa kontrol berupa penggunaan kondom dapat mereduksi populasi pelanggan yang terinfeksi HIV namun belum terdiagnosis hingga mencapai lima orang, sama halnya dengan pemberian *screening* yang disertai dengan penggunaan kondom dapat mereduksi populasi pelanggan yang terinfeksi HIV hingga lima orang.

Secara persentase, skenario satu dapat mereduksi populasi pelanggan yang terinfeksi HIV sebesar 99.82%, sama halnya dengan skenario tiga. Persentase ini lebih tinggi daripada usaha *screening* tanpa penggunaan kondom yang dapat menurunkan populasi pelanggan yang terinfeksi sebesar 61.44%

Berikut ini akan diberikan tabel fungsi ongkos dari masing-masing skenario.

**TABEL 4.3** FUNGSI ONGKOS MASING-MASING SKENARIO

Skenario	Nilai Fungsi Ongkos
Aktivasi $u_1$	80645
Aktivasi $u_2$	77234
Aktivasi $u_1$ dan $u_2$	39036

Tabel 4.3 menunjukkan bahwa nilai fungsi ongkos terkecil untuk meminimalkan populasi PSK dan pelanggan yang terinfeksi HIV serta meminimalkan biaya adalah dengan pemberian kontrol berupa penggunaan kondom dan *screening* secara bersamaan. Dengan ongkos sebesar 39036 (satuan uang) usaha  $u_1$  dan  $u_2$  dapat menurunkan populasi PSK dan pelanggan yang terinfeksi berturut-turut sebesar 67.86% dan 61.44%.

#### IV KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Bentuk kontrol optimal secara analitik adalah sebagai berikut

$$u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, (\lambda_2 - \lambda_1) \beta f a f A f + I f S m c 1 N f + (\lambda_4 + \lambda_5) \lambda_4 \beta m a m A m + I m S f c 2 N m \right\} \right\}$$

$$u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, - \frac{(\lambda_5 + \lambda_6) I f a f}{c_2} - (\lambda_2 + \lambda_3) I m b m c 2 \right\} \right\}$$

2. Berdasarkan hasil simulasi, usaha penggunaan kondom dan *screening* secara bersamaan dinilai lebih optimal dalam meminimalkan populasi PSK dan

pelanggan yang terinfeksi HIV dengan biaya yang minimal.

UNAIDS, 2014, *The GAP Report 2014*. ISBN 978-92-9253-062-4

DAFTAR PUSTAKA

- Kaur, N., Ghosh, M., Bhatia, S.S, 2014, *Mathematical Anlysis of The Transmission Dynamics of HIV/AIDS: Role of Female Sex Workers*. Applied Mathematics & Information Scences, No.5 pp: 2491-2501.
- Okosun, K.O., Makinde, O.D., Takaidza, I., 2013. *Impact of optimal Conrol on treatment of HIV/AIDS and Screening of unaware Infectives*. Applied Mathematical Modelling. Vol: 37, pp: 3802-3820.
- WHO., 2016, *Global Health Sector Strategy on HIV 2016-2021 Towards Ending AIDS*. Geneva, Switzerland.
- Yang, W., Shu, Z., Lam, James., Sun, Chengjun, 2017, *Global Dynamics of an HIV Model Incorporating Senior Male Clients*, Apllied Mathematics and Computation, vol: 311, pp:203-216.